

TRƯỜNG ĐẠI HỌC VĂN LANG  
KHOA KHCB

ĐỀ THI, ĐÁP ÁN/RUBRIC VÀ THANG ĐIỂM  
THI KẾT THÚC HỌC PHẦN  
Học kỳ 3, năm học 2023-2024

I. Thông tin chung

Tên học phần:	Giải tích 2		
Mã học phần:	71MATC10052	Số tín chỉ:	2
Mã nhóm lớp học phần:	233_71MATC10052_01, 02		
Hình thức thi: <b>Tự luận</b>	Thời gian làm bài:	75	phút
<i>Thí sinh được tham khảo tài liệu:</i>	<input checked="" type="checkbox"/> Có	<input type="checkbox"/> Không	

**Cách thức nộp bài: SV làm bài trên giấy**

II. Các yêu cầu của đề thi nhằm đáp ứng CLO

Ký hiệu CLO	Nội dung CLO	Hình thức đánh giá	Trọng số CLO trong thành phần đánh giá (%)	Câu hỏi thi số	Điểm số tối đa	Lấy dữ liệu đo lường mức đạt PLO/PI
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
CLO 1	Áp dụng kiến thức về phép tính vi phân hàm số nhiều biến để giải các bài toán về cực trị, xấp xỉ tuyến tính, đạo hàm hàm ẩn	Tự luận	40%		4	
CLO 2	Áp dụng kiến thức về tích phân để giải các bài toán về thể tích khối, độ dài cung, diện tích mặt	Tự luận	30%		3	
CLO 3	Áp dụng kiến thức về đạo hàm, tích phân để giải một số bài toán phương trình vi phân cấp 1, 2	Tự luận	30%		3	

III. Nội dung câu hỏi thi

**Câu hỏi 1: (4 điểm)**

Cho mặt cong (S) có phương trình:  $z = f(x, y) = \sqrt{6 - x^2 - y^2} + \sqrt{x^2 + y^2 - 1}$

- a) Tìm miền xác định  $D$  của hàm số  $z = f(x, y)$  và vẽ hình biểu diễn miền  $D$
- b) Tìm phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt  $(S)$  tại điểm  $M(1; 1; 3)$
- c) Dùng kết quả vừa tìm được, tính giá trị xấp xỉ của  $f\left(\frac{101}{100}; \frac{99}{100}\right)$

**Câu hỏi 2: (3 điểm)**

a) Tính:  $J = \int_C (x + y) ds$ ; với đường cong  $C$  có phương trình:  $x^2 + y^2 = 4$ , và  $x \leq 0$ .

b) Tính:  $I = \iint_D (x - y) dA$ , với miền  $D$  được giới hạn bởi các đường có phương

trình:  $y = 2 - x^2$ ,  $y = x^2$ .

**Câu hỏi 3: (3 điểm)**

Giải các phương trình vi phân:

a)  $\frac{dy}{dx} + y = e^{2024x}$  thỏa mãn  $y(0) = \frac{1}{2025}$                       b)  $y'' - 2023y = 2024$ .

..... **hết** .....

## ĐÁP ÁP VÀ THANG ĐIỂM

Phần câu hỏi	Nội dung đáp án	Thang điểm	Ghi chú
<b>I. Tự luận</b>			
<b>Câu 1</b>		<b>4.0</b>	
Cho mặt cong (S) có phương trình: $f(x, y) = \sqrt{6 - x^2 - y^2} + \sqrt{x^2 + y^2 - 1}$ a) Tìm miền xác định $D$ của hàm số $z = f(x, y)$ và vẽ hình biểu diễn miền $D$	- Miền xác định của hàm số là: $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 6\}$	0.5	
	- Vẽ hình đúng (miền $D$ nằm giữa hai đường tròn tâm O có bán kính lần lượt bằng 1 và $\sqrt{6}$ )	0.5	
b) Tìm phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt (S) tại điểm $M(1;1;3)$	Ta có: $f_x = -\frac{x}{\sqrt{6-x^2-y^2}} + \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2-1}}$ $f_y = -\frac{y}{\sqrt{6-x^2-y^2}} + \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2-1}}$	0.5	
	Do đó: $f_x(1;1) = \frac{1}{2}$ , $f_y(1;1) = \frac{1}{2}$ ,	0.5	
	Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt (S) tại điểm $M(1;1;3)$ là: $z = f_x(1;1)(x-1) + f_y(1;1)(y-1) + 3$	0.25	
	Hay: $z = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y + 2$	0.5	
c) Dùng kết quả vừa tìm được, tính giá trị xấp xỉ của	Hàm tuyến tính hóa của $f(x; y)$ tại $(1;1)$ là: $L(x; y) = f_x(1;1)(x-1) + f_y(1;1)(y-1) + f(1;1)$	0.25	

$f\left(\frac{101}{100}; \frac{99}{100}\right)$	$\Rightarrow L(x; y) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y + 2$	0.25
	Xấp xỉ tuyến tính: $f(x; y) \approx L(x; y) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y + 2$	0.25
	$\Rightarrow f\left(\frac{101}{100}; \frac{99}{100}\right) \approx L\left(\frac{101}{100}; \frac{99}{100}\right) = 3$	0.5
<b>Câu 2</b>		<b>3.0</b>
<p>a) Tính:</p> $J = \int_C (x + y) ds; \text{ với}$ <p>đường cong <math>C</math> có phương trình:</p> $x^2 + y^2 = 4, \text{ và } x \leq 0$	<p>Phương trình tham số của đường cong <math>C</math> là:</p> $x = 2 \cos t, \quad y = 2 \sin t, \text{ và } \frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{3\pi}{2}.$	0.25
	<p>Ta có:</p> $J = \int_C (x + y) ds$ $= \int_{\pi/2}^{3\pi/2} (2 \cos t + 2 \sin t) \sqrt{(-2 \sin t)^2 + (2 \cos t)^2} dt$	0.5
	$= 4 \int_{\pi/2}^{3\pi/2} (\cos t + \sin t) dt$	0.25
	$= 4(\sin t - \cos t) \Big _{\pi/2}^{3\pi/2} = -8$	0.5
<p>b) Tính:</p> $I = \iint_D (x - y) dA, \text{ với}$ <p>miền <math>D</math> được giới hạn bởi các đường có phương trình:</p> $y = 2 - x^2, \quad y = x^2.$	<p>Phương trình hoành độ giao điểm: <math>2 - x^2 = x^2</math> có 2 nghiệm là: <math>x = -1, x = 1</math>.</p>	0.25
	<p>Miền <math>D</math> được xác định: <math>-1 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq 2 - x^2</math>.</p>	0.25
	$I = \iint_D (x - y) dA = \int_{-1}^1 \int_{x^2}^{2-x^2} (x - y) dy dx$	0.25
	$= \int_{-1}^1 \left( xy - \frac{y^2}{2} \right) \Big _{y=x^2}^{y=2-x^2} dx$	0.25
	$= \int_{-1}^1 (-2x^3 + 2x^2 + 2x - 2) dx$	0.25
	$= \left( -\frac{1}{2}x^4 + \frac{2}{3}x^3 + x^2 - 2x \right) \Big _{-1}^1 = -\frac{8}{3}$	0.25
<b>Câu 3</b>		<b>3.0</b>

a) $\frac{dy}{dx} + y = e^{2024x}$ thỏa mãn $y(0) = \frac{1}{2025}$	$I(x) = e^{\int 1 dx} = e^{x+C}$	0.25
	$C = 0 \Rightarrow I(x) = e^x$	0.25
	$\Rightarrow (e^x y)' = e^x \cdot e^{2024x}$ $\Rightarrow y = \frac{\frac{e^{2025x}}{2025} + C}{e^x}$	0.5
	Theo đề $y(0) = \frac{1}{2025} \Rightarrow C = 0$ Nghiem cần tìm: $y = \frac{e^{2025x}}{2025e^x}$ hay $y = \frac{e^{2024x}}{2025}$	0.5
b) $y'' - 2023y = 2024$	Phương trình thuần nhất tương ứng: $y'' - 2023y = 0$ Có phương trình đặc trưng: $r^2 - 2023 = 0 \Leftrightarrow r = \pm\sqrt{2023}$	0.25
	$\Rightarrow y_c = C_1 e^{x\sqrt{2023}} + C_2 e^{-x\sqrt{2023}} \quad (C_1, C_2 \in R)$	0.25
	$y_p = A \Rightarrow y'_p = y''_p = 0$ $\Rightarrow -2023A = 2024 \Rightarrow A = -\frac{2024}{2023}$	0.5
	$\Rightarrow y_p = -\frac{2024}{2023}$	0.25
	$\Rightarrow y = y_c + y_p = C_1 e^{x\sqrt{2023}} + C_2 e^{-x\sqrt{2023}} - \frac{2024}{2023}$	0.25
	<b>Điểm tổng</b>	<b>10.0</b>

Người duyệt đề



Đinh Tiên Liêm

TP. Hồ Chí Minh, ngày 29 tháng 06 năm 2024

Giảng viên ra đề

Lê Văn Vĩnh