

TRƯỜNG ĐẠI HỌC VĂN LANG
KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

ĐÁP ÁN & THANG ĐIỂM THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
Học kỳ 3, năm học 2023-2024

I. Thông tin chung

Tên học phần:	Xác suất Thống kê và ứng dụng + XSTK cho KHMT		
Mã học phần:	71ITAI41103 và 71ITDS40203	Số tin chỉ:	3
Mã nhóm lớp học phần:	233_71ITAI41103_01,...,05 và 233_71ITDS40203_01,...,05		
Hình thức thi: Tự luận	Thời gian làm bài:	75	phút
<i>Thí sinh được tham khảo tài liệu:</i>	<input checked="" type="checkbox"/> Có	<input type="checkbox"/> Không	

Cách thức làm bài thi & nộp bài thi :

- Sinh viên làm bài thi trên file word (file_mẫu Bài Làm).
- SV làm bài thi tại phòng máy tính.
- SV được tham khảo tài liệu: sách; vở; tài liệu photocopy.
- SV không được sử dụng điện thoại Smartphone & Internet, 4G trong thời gian làm bài thi.

II. Các yêu cầu của đề thi nhằm đáp ứng CLO

(Phần này phải phối hợp với thông tin từ đề cương chi tiết của học phần)

Ký hiệu CLO	Nội dung CLO	Hình thức đánh giá	Trọng số CLO trong thành phần đánh giá (%)	Câu hỏi thi số	Điểm số tối đa	Lấy dữ liệu đo lường mức đạt PLO/PI
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
CLO 1,2,3,4,5	Luật phân phối và bảng phân phối xác suất	Tự luận	40%	1	4.0	
CLO 1,2,3,4,5	Ước lượng trung bình	Tự luận	30%	1	3.0	
CLO 1,2,3,4,5	Kiểm định giả thiết	Tự luận	30%	1	3.0	

III. Nội dung câu hỏi thi

Câu 1 (4.0 điểm)

a) Cho biến ngẫu nhiên liên tục X có quy luật phân phối chuẩn $X \sim N(7; 36)$. Hãy viết hàm mật độ xác suất $f(x)$ và xác định các đặc trưng số: $E(X)$, $\text{Var}(X)$, $\sigma(X)$, $\text{Mode}(X)$.

b) Hộp có 11 viên bi, trong đó có 3 viên màu đỏ, còn lại màu trắng. Rút đồng thời 3 viên bi và gọi X là số viên bi màu đỏ được rút ra. Tìm luật phân phối xác suất của X .

Câu 2 (3.0 điểm)

Khảo sát chiều cao của cây cùng độ tuổi thu được kết quả như sau :

Chiều cao (cm)	Số cây
< 250	3
250 – 260	12
260 – 270	35
270 – 280	52
280 – 290	32
290 – 300	20
> 300	6

Hãy ước lượng trung bình chiều cao của cây, với độ tin cậy 95%
(cho biết: $U_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$)

Câu 3 (3.0 điểm)

Khối lượng sản phẩm của đại lượng ngẫu nhiên X có trung bình theo qui định $\mu = 150g$, độ lệch chuẩn $\sigma = 0,4g$. Sau một thời gian sản xuất, người ta nghi ngờ khối lượng sản phẩm được sản xuất ra không ổn định. Kiểm tra 210 sản phẩm tính được trung bình mẫu $\bar{x} = 150,4g$. Với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$ hãy kiểm định về nghi ngờ trên

(cho biết: $U_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$)

Câu 1 (4 điểm):

a) Cho biến ngẫu nhiên liên tục X có quy luật phân phối chuẩn $X \sim N(7; 36)$. Hãy viết hàm mật độ xác suất $f(x)$ và xác định các đặc trưng số: $E(X)$, $\text{Var}(X)$, $\sigma(X)$, $\text{Mode}(X)$.

Ta có:

Ta có: $X \sim N(7; 36)$, nên $\mu = 7, \sigma = 6$, (0.25 đ)

Hàm mật độ $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ (0.5 đ)

nên: $f(x) = \frac{1}{6\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-7)^2}{72}}$ (0.5 đ)

Đặc trưng số: $\text{Mode}(X) = 7$ (0.25 đ); $E(X) = 7$; $\text{Var}(X) = 36$; $\sigma(X) = 6$. (0.5 đ)

b) Hộp có 11 viên bi, trong đó có 3 viên màu đỏ, còn lại màu trắng. Rút đồng thời 3 viên bi và gọi X là số viên bi màu đỏ được rút ra. Tìm luật phân phối xác suất của X .

Ta có:

Gọi A_i là biến cố rút được i viên bi màu đỏ $i=0,1,2,3$. (0.25 đ)

Các xác suất được tính theo nguyên tắc hộp kín như sau: (0.25 đ)

$$P(X = 0) = P(A_0) = \frac{C_3^0 \cdot C_8^3}{C_{11}^3} = \quad (0.5 \text{ đ})$$

$$P(X = 1) = P(A_1) = \frac{C_3^1 \cdot C_8^2}{C_{11}^3} =$$

$$P(X = 2) = P(A_2) = \frac{C_3^2 \cdot C_8^1}{C_{11}^3} = \quad (0.5 \text{ đ})$$

$$P(X = 3) = P(A_3) = \frac{C_3^3 \cdot C_8^0}{C_{11}^3} =$$

Vậy, bảng phân phối xác suất của X là: (0.5 đ)

X	0	1	2	3
P(X)	p0	p1	p2	p3

Câu 2:

Khảo sát chiều cao của cây cùng độ tuổi thu được kết quả như sau :

Chiều cao (cm)	Số cây
< 250	3
250 – 260	12
260 – 270	35
270 – 280	52
280 – 290	32
290 – 300	20
> 300	6

Hãy ước lượng trung bình chiều cao của cây, với độ tin cậy 95%
(cho biết: $U_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$)

Ta có:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i n_i = (245 \cdot 3 + 255 \cdot 12 + 265 \cdot 35 + 275 \cdot 52 + 285 \cdot 32 + 295 \cdot 20 + 305 \cdot 6) / 160 \quad (0.25 \text{ đ})$$

$$= 276.375 \quad (0.25 \text{ đ})$$

$$+s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 n_i = ((245 - 276.375)^2 \cdot 3 + (255 - 276.375)^2 \cdot 12 +$$

$$(265 - 276.375)^2 \cdot 35 + (275 - 276.375)^2 \cdot 52 + (285 - 276.375)^2 \cdot 32 + (295 - 276.375)^2 \cdot 20 + (305 - 276.375)^2 \cdot 6) / 160 = 174.95 \quad (0.25 \text{ đ})$$

$$+s^2 \approx \mathbf{13.227} \quad (0.25 \text{ đ})$$

Chọn thống kê: $Z = \frac{(\bar{X} - \mu) \cdot \sqrt{n}}{S} \sim N(0,1)$ để ước lượng trung bình μ .

\bar{X} , S lần lượt là thống kê nhận giá trị trung bình mẫu và độ lệch tiêu chuẩn điều chỉnh mẫu.

Khoảng ước lượng trung bình μ là (μ_1, μ_2) trong đó : $n=160$

Độ tin cậy: $1 - \alpha = 95\% \Rightarrow U_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$; (0.5 đ)

$$\varepsilon = U_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S'}{\sqrt{n}} = 2.049 \quad (0.5 \text{ đ})$$

Suy ra: $\mu_1 = 276.375 - 2.049$ (cm); (0.5 đ)

$$\mu_2 = 276.375 + 2.049 \text{ (cm)}$$

Vậy, khoảng UL trung bình với độ tin cậy 95% là: (.. cm; .. cm). (0.5 đ)

Câu 3 (3.0 điểm)

Khối lượng sản phẩm của đại lượng ngẫu nhiên X có trung bình theo qui định $\mu = 150\text{g}$, độ lệch chuẩn $\sigma = 0,4\text{g}$. Sau một thời gian sản xuất, người ta nghi ngờ khối lượng sản phẩm được sản xuất ra không ổn định. Kiểm tra 210 sản phẩm tính được trung bình mẫu $\bar{x} = 150,4\text{g}$. Với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$ hãy kiểm định về nghi ngờ trên

(cho biết: $U_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$)

Ta có:

Xét giả thuyết (H_0): $\mu = 150\text{g}$; (0.25 đ)

(H_1): $\mu \neq 150\text{g}$ (0.25 đ)

Chọn thống kê $Z = \frac{(\bar{X} - \mu) \cdot \sqrt{n}}{\sigma}$ tiêu chuẩn kiểm định cho giả thuyết (H_0). (0.5 đ)

Trong đó: $\sigma = 0,4\text{g}$, $\mu_0 = 150\text{g}$, $n = 210$; $\bar{x} = 150,4\text{g}$, (0.5 đ)

Giả thuyết (H_0) đúng thì $Z \in N(0; 1)$. Mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$; (cho biết: $U_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$).

Miền bác bỏ: $W_{\alpha} = (-\infty; -U_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (U_{\frac{\alpha}{2}}; +\infty) = (-\infty; -1,96) \cup (1,96; +\infty)$
(0.5 đ)

Với mẫu đã cho: $n = 210$, $\bar{x} = 150,4\text{g}$; giá trị quan sát thực tế của U là:

$$U_0 = \frac{(\bar{x} - \mu_0) \sqrt{n}}{\sigma} = \frac{(150,4 - 150) \sqrt{210}}{0,4} = 14.49 \quad (0.5 \text{ đ})$$

Kết luận: $U_0 \in W_{\alpha} \Rightarrow$ Bác bỏ (H_0), chấp nhận (H_1). (0.5 đ)

.....**Hết**.....

Người duyệt đề

Trưởng bộ môn KHDL



Trần Ngọc Việt

TP. Hồ Chí Minh, ngày 21 tháng 07 năm 2024

Giảng viên ra đề



Trần Ngọc Việt