

TRƯỜNG ĐẠI HỌC VĂN LANG
KHOA KHOA HỌC CƠ BẢN

ĐỀ THI, ĐÁP ÁN/RUBRIC VÀ THANG ĐIỂM
THI KẾT THÚC HỌC PHẦN LẦN 2
Học kỳ 2, năm học 2023-2024

I. Thông tin chung

Tên học phần:	Toán		
Mã học phần:	72MATH10013	Số tín chỉ:	3
Mã nhóm lớp học phần:	232_72MATH10013_01		
Hình thức thi: Tự luận	Thời gian làm bài:	75	phút
<i>Thí sinh được tham khảo tài liệu:</i>	<input checked="" type="checkbox"/> Có	<input type="checkbox"/> Không	

II. Các yêu cầu của đề thi nhằm đáp ứng CLO

(Phần này phải phối hợp với thông tin từ đề cương chi tiết của học phần)

Ký hiệu CLO	Nội dung CLO	Hình thức đánh giá	Trọng số CLO trong thành phần đánh giá (%)	Câu hỏi thi số	Điểm số tối đa	Lấy dữ liệu đo lường mức đạt PLO/PI
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
CLO 1	Áp dụng kiến thức về ma trận, định thức để giải hệ phương trình tuyến tính và một số vấn đề thực tế đưa về hệ phương trình tuyến tính.	Tự luận	40%	1, 2	4	
CLO 2	Áp dụng kiến thức về hàm số, giới hạn, phép tính vi phân và tích phân của hàm một biến để giải các bài toán tối ưu, diện tích.	Tự luận	40%	3, 4	4	
CLO 3	Áp dụng kiến thức về đạo hàm riêng của hàm nhiều biến, tích phân bội, tích phân đường để giải quyết một số bài toán về tối ưu, diện tích, thể tích.	Tự luận	20%	5	2	

III. Nội dung câu hỏi thi

Câu 1 (2 điểm): Trường đại học V muốn thuê 30 xe khách để chở được tổng cộng 1000 nhân viên đi du lịch. Biết rằng trường muốn thuê 3 loại xe chuyên chở được lần lượt là 20, 30 và 50 nhân viên mỗi chiếc xe. Ngoài ra, trường muốn thuê đủ cả 3 loại xe khách, mỗi xe khách đều chứa đầy nhân viên (để tối ưu sức chứa).

- a) Lập hệ phương trình mô tả tình huống trên.
- b) Tìm tất cả các phương án để thuê xe thông qua việc giải hệ phương trình đã lập được ở câu a).

Câu 2 (2 điểm):

a) Tìm x, y sao cho $2 \begin{bmatrix} 2-x \\ 3 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} -1 \\ 2y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix}$.

b) An và Bình là nhân viên của một công ty. Trong tháng 11/2023, An đi làm 19 ngày thường, 3 buổi đêm tăng ca và 1 buổi cuối tuần; Bình đi làm 18 ngày thường, 2 buổi đêm tăng ca và 3 buổi cuối tuần. Hãy lập mô hình ma trận tính lương tháng 11/2023 cho hai bạn An và Bình, biết rằng một ngày thường, buổi đêm, và ngày cuối tuần có mức lương lần lượt là 250.000, 180.000 và 300.000 (đồng).

Câu 3 (2 điểm): Bảng sau mô tả 3 mức giá tiền điện sinh hoạt theo hộ gia đình trong một tháng

Bậc	Mức sử dụng của hộ gia đình	Giá bán điện (đ/kWh)
1	Cho kWh từ 0 đến 50	1806
2	Cho kWh thứ 51 đến 100	1866
3	Cho kWh thứ 101 đến 200	2176

- a) Hãy tính số tiền hộ gia đình phải trả nếu sử dụng 180 kWh trong tháng đó.
- b) Tìm công thức (ở dạng thu gọn) biểu diễn tổng số tiền điện phải trả như một hàm số f theo mức sử dụng x thuộc 3 mức sử dụng trên.

Câu 4 (2 điểm): Một người gửi 5000\$ vào tài khoản ngân hàng hưởng lãi kép 6.6%/năm, kì hạn ghép lãi theo quý.

- a) Lập hàm số biểu diễn số tiền trong tài khoản của người đó sau t năm.
- b) Sử dụng đạo hàm, ước lượng tốc độ gia tăng của tài khoản đó tại thời điểm năm thứ 8.

c) Sau bao lâu thì số tiền trong tài khoản của người đó tăng lên thành 8000\$?

Câu 5 (2 điểm): Cho hàm số hai biến

$$f(x, y) = \frac{5}{2}x^2 + 4y^2 - 6xy - 4x + 4y + 5.$$

a) Tìm các đạo hàm riêng cấp một và đạo hàm riêng cấp hai của hàm số.

b) Tìm giá trị cực đại địa phương, cực tiểu địa phương và điểm yên ngựa (nếu có) của hàm số trên.

----- Hết -----

ĐÁP ÁP VÀ THANG ĐIỂM

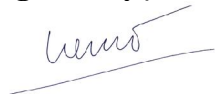
Phần câu hỏi	Nội dung đáp án	Thang điểm	Ghi chú
Tự luận			
Câu 1		2.0	
<p>Trường đại học V muốn thuê 30 xe khách để chở được tổng cộng 1000 nhân viên đi du lịch. Biết rằng trường muốn thuê 3 loại xe chuyên chở được lần lượt là 20, 30 và 50 nhân viên mỗi chiếc xe. Ngoài ra, trường muốn thuê đủ cả 3 loại xe khách, mỗi xe khách đều chứa đầy nhân viên (để tối ưu sức chứa).</p> <p>a) Lập hệ phương trình mô tả tình huống trên.</p>	<p>Gọi $x, y, z > 0$ lần lượt là số lượng xe khách loại chuyên chở 20, 30 và 50 hành khách (x, y, z là các số nguyên dương).</p>	0.25	0.5
	<p>Dựa theo các dữ kiện ta có hệ phương trình</p> $\begin{cases} x + y + z = 30 \\ 20x + 30y + 50z = 1000 \end{cases}$	0.25	
<p>b) Tìm tất cả các phương án để thuê xe thông qua việc giải hệ phương trình đã lập được ở câu a).</p>	<p>Ma trận hệ số mở rộng của hệ phương trình là</p> $\left[\begin{array}{ccc c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 20 & 30 & 50 & 1000 \end{array} \right]$	0.25	1.5
	$\xrightarrow{d_2 = d_2 - 20d_1} \left[\begin{array}{ccc c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 0 & 10 & 30 & 400 \end{array} \right]$	0.25	
	$\xrightarrow{d_2 = \frac{1}{10}d_2} \left[\begin{array}{ccc c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 0 & 1 & 3 & 40 \end{array} \right]$	0.25	
	<p>Hệ phương trình tương ứng</p> $\begin{cases} x + y + z = 30 \\ y + 3z = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -10 + 2z \\ y = 40 - 3z \end{cases}$	0.25	
	<p>Kết hợp với điều kiện $x, y, z > 0$ ta suy ra $5 < z < \frac{40}{3}$.</p>	0.25	
	<p>Vậy hệ phương trình trên có 8 nghiệm tương ứng với 8 phương án thuê xe là:</p>	0.25	

	(2,22,6); (4,19,7); (6,16,8); (8,13,9); (10,10,10); (12,7,11); (14, 4,12); (16,1,13).			
Câu 2		2.0		
a) Tìm x, y sao cho $2 \begin{bmatrix} 2-x \\ 3 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} -1 \\ 2y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix}.$	<p>Biến đổi</p> $2 \begin{bmatrix} 2-x \\ 3 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} -1 \\ 2y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix}$ $\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 7-2x \\ 6-6y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix}.$	0.25	0.5	
	Suy ra $\begin{cases} 7-2x=1 \\ 6-6y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=0 \end{cases}.$	0.25		
b) An và Bình là nhân viên của một công ty. Trong tháng 11/2023, An đi làm 19 ngày thường, 3 buổi đêm tăng ca và 1 buổi cuối tuần; Bình đi làm 18 ngày thường, 2 buổi đêm tăng ca và 3 buổi cuối tuần. Hãy lập mô hình ma trận tính lương tháng 11/2023 cho hai bạn An và Bình, biết rằng một ngày thường, buổi đêm, và ngày cuối tuần có mức lương lần lượt là 250.000, 180.000 và 300.000 (đồng).	Lập ma trận có dòng là số ngày làm của hai bạn An và Bình như sau	0.25	1.5	
	$D = \begin{bmatrix} 19 & 3 & 1 \\ 18 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$	0.25		
	Lập ma trận có cột thể hiện tiền lương của các ngày làm tương ứng (với đơn vị là nghìn đồng)	0.25		
	$L = \begin{bmatrix} 250 \\ 180 \\ 300 \end{bmatrix}$	0.25		
	Tính tiền lương (đơn vị nghìn đồng) của mỗi bạn nhờ phép nhân ma trận $D.L$	0.25		
	$DL = \begin{bmatrix} 19 & 3 & 1 \\ 18 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 250 \\ 180 \\ 300 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5590 \\ 5760 \end{bmatrix}.$	0.25		
Câu 3		2.0		
Bảng sau mô tả 3 mức giá tiền điện sinh hoạt theo hộ gia đình trong một tháng	Số tiền hộ gia đình phải trả nếu sử dụng 180 kWh là	0.25	0.5	
a) Hãy tính số tiền hộ gia đình phải trả nếu sử dụng 180 kWh trong tháng đó.	$1806 \times 50 + 1866 \times 50 + 2176 \times 80 = 357680 \text{ (đồng)}$	0.25		

<p>b) Tìm công thức (ở dạng thu gọn) biểu diễn tổng số tiền điện phải trả như một hàm số f theo mức sử dụng x thuộc 3 mức sử dụng trên.</p>	<p>Theo bảng, ta sẽ lập hàm số f biểu diễn tổng số tiền phải trả như sau:</p> $f(x) = \begin{cases} 1806x, & 0 \leq x \leq 50 \\ 1806 \times 50 + 1866(x - 50), & 50 < x \leq 100 \\ 1806 \times 50 + 1866 \times 50 + 2176(x - 100), & 100 < x \leq 200 \end{cases}$	0.25 x 3	1.5	
	<p>Hay thu gọn lại ta được</p> $M(x) = \begin{cases} 1806x, & 0 \leq x \leq 50 \\ 1866x - 3000, & 50 < x \leq 100 \\ 2176x - 34000, & 100 < x \leq 200 \end{cases}$	0.25 x 3		
Câu 4		2.0		
<p>Một người gửi 5000\$ vào tài khoản ngân hàng hưởng lãi kép 6.6%/năm, kì hạn ghép lãi theo quý.</p> <p>a) Lập hàm số biểu diễn số tiền trong tài khoản của người đó sau t năm.</p>	<p>Theo công thức lãi kép cho tiền gửi ngân hàng, ta có số tiền trong tài khoản A sau t năm là</p> $A(t) = 5000 \left(1 + \frac{6.6\%}{4} \right)^{4t} = 5000(1.0165)^{4t}.$	0.25	0.5	
		0.25		
<p>b) Sử dụng đạo hàm, ước lượng tốc độ gia tăng của tài khoản đó tại thời điểm năm thứ 8.</p>	<p>Đạo hàm của hàm số tiền gửi là</p> $A'(t) = 5000 \times 4 \times \ln(1.0165) \times (1.0165)^{4t}.$ <p>Hay $A'(t) = 20000 \times \ln(1.0165) \times (1.0165)^{4t}.$</p> <p>Tốc độ gia tăng của số dư tại thời điểm năm thứ 8 là</p> $A'(8) = 20000 \times \ln(1.0165) \times (1.0165)^{4 \times 8} \approx 552.58$ <p>(\$/năm).</p>	0.25	0.75	
	<p>Gọi T là thời điểm để số tiền trong tài khoản tăng lên thành 8000\$.</p>	0.25		

c) Sau bao lâu thì số tiền trong tài khoản của người đó tăng lên thành 8000\$?	Theo đề bài ta có $8000 = 5000(1.0165)^{4T}$ $\Leftrightarrow 4T = \log_{1.0165} 1.6.$	0.25		
	Suy ra $T = \frac{1}{4} \log_{1.0165} 1.6$ hay $T \approx 7.2$ (năm).	0.25		
Câu 5		2.0		
Cho hàm số hai biến $f(x, y) = \frac{5}{2}x^2 + 4y^2 - 6xy - 4x + 4y + 5.$ a) Tìm các đạo hàm riêng cấp một và đạo hàm riêng cấp hai của hàm số.	Đạo hàm riêng cấp một của hàm số $f_x(x, y) = 5x - 6y - 4$	0.25	1.0	
	$f_y(x, y) = -6x + 8y + 4$	0.25		
	Đạo hàm riêng cấp hai của hàm số $f_{xx}(x, y) = 5, f_{yy}(x, y) = 8.$	0.25		
	$f_{xy}(x, y) = f_{yx}(x, y) = -6.$	0.25		
b)	Giải hệ phương trình $\begin{cases} f_x(x, y) = 0 \\ f_y(x, y) = 0 \end{cases}$ tìm điểm tới hạn.	0.25	1.0	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 6y - 4 = 0 \\ -6x + 8y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}.$ Điểm tới hạn là (2,1).	0.25		
	Tính $D(x, y) = f_{xx}(x, y) \cdot f_{yy}(x, y) - [f_{xy}(x, y)]^2 = 40 - 36 = 4.$	0.25		
	Tính $D(2,1) = 4 > 0$ và $f_{xx}(2,1) = 5 > 0$ nên $f(2,1) = 3$ là giá trị cực tiểu địa phương của hàm số.	0.25		
	Điểm tổng	10.0		

Người duyệt đề



Đinh Tiến Liêm

TP. Hồ Chí Minh, ngày 08 tháng 05 năm 2024

Giảng viên ra đề



Trịnh Quốc Thành