

**ĐỀ THI, ĐÁP ÁN/RUBRIC VÀ THANG ĐIỂM**  
**THI KẾT THÚC HỌC PHẦN LẦN 1**  
**Học kỳ 2, năm học 2023-2024**

**I. Thông tin chung**

Tên học phần:	Toán		
Mã học phần:	72MATH10013	Số tín chỉ:	3
Mã nhóm lớp học phần:	232_72MATH10013_01		
Hình thức thi: <b>Tự luận</b>	Thời gian làm bài:	<b>75</b>	phút
<i>Thí sinh được tham khảo tài liệu:</i>	<input checked="" type="checkbox"/> Có	<input type="checkbox"/> Không	

**Sinh viên nộp bài thi giấy.**

**II. Các yêu cầu của đề thi nhằm đáp ứng CLO**

*(Phần này phải phối hợp với thông tin từ đề cương chi tiết của học phần)*

Ký hiệu CLO	Nội dung CLO	Hình thức đánh giá	Trọng số CLO trong thành phần đánh giá (%)	Câu hỏi thi số	Điểm số tối đa	Lấy dữ liệu đo lường mức đạt PLO/PI
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
<b>CLO 1</b>	Áp dụng kiến thức về ma trận, định thức để giải hệ phương trình tuyến tính và một số vấn đề thực tế đưa về hệ phương trình tuyến tính.	Tự luận	40%	1, 2	4	
<b>CLO 2</b>	Áp dụng kiến thức về hàm số, giới hạn, phép tính vi phân và tích phân của hàm một biến để giải các bài toán tối ưu, diện tích.	Tự luận	40%	3, 4	4	
<b>CLO 3</b>	Áp dụng kiến thức về đạo hàm riêng của hàm nhiều biến, tích phân bội, tích phân đường để giải quyết một số bài toán về tối ưu, diện tích, thể tích.	Tự luận	20%	5	2	

### III. Nội dung câu hỏi thi

**Câu 1 (2 điểm):** Một công ty muốn thuê 25 xe khách để chở được tổng cộng 750 nhân viên đi du lịch. Biết rằng công ty đó muốn thuê 3 loại xe chuyên chở được lần lượt là 15, 30 và 45 nhân viên mỗi chiếc. Biết rằng công ty đó muốn thuê đủ 3 loại xe khách, mỗi xe khách đều chứa đầy nhân viên.

- Lập hệ phương trình mô tả tình huống trên.
- Tìm tất cả các phương án để thuê xe thông qua việc giải hệ phương trình đã lập được ở câu a).

**Câu 2 (2 điểm):**

a) Tìm  $x, y$  sao cho  $3 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ .

b) Điểm Toán của hai bạn An và Bình bao gồm 4 cột điểm với trọng số như sau: điểm điểm danh (10%), điểm cá nhân (20%), điểm bài tập nhóm (20%) và điểm cuối kì (50%). Điểm của bạn An theo các cột lần lượt là 8, 7, 9, 6. Điểm của bạn Bình theo các cột lần lượt là 10, 8, 7, 9. Lập mô hình dựa trên phép nhân ma trận để tính điểm trung bình môn Toán cho hai bạn An và Bình.

**Câu 3 (2 điểm):** Bảng sau mô tả 3 mức giá tiền điện sinh hoạt theo hộ gia đình trong một tháng

Bậc	Mức sử dụng của hộ gia đình	Giá bán điện (đ/kWh)
1	Cho kWh từ 0 đến 50	1750
2	Cho kWh thứ 51 đến 100	1820
3	Cho kWh thứ 101 đến 200	2150

a) Tìm công thức (ở dạng thu gọn) biểu diễn tổng số tiền điện phải trả như một hàm số  $f$  theo mức sử dụng  $x$  thuộc 3 mức sử dụng trên.

b) Nếu gia đình đó phải trả 372000 đồng tiền điện trong tháng thì mức sử dụng của hộ gia đình đó là bao nhiêu?

**Câu 4 (2 điểm):** Một người gửi 5000\$ vào tài khoản ngân hàng hưởng lãi kép 7.2%/năm, kì hạn ghép lãi theo nửa năm.

- Lập hàm số biểu diễn số tiền trong tài khoản của người đó sau  $t$  năm.
- Sử dụng đạo hàm, ước lượng tốc độ gia tăng của tài khoản đó tại thời điểm năm thứ 10.

c) Nếu có một công ty gợi ý người đó góp vốn trong 5 năm, và công ty sẽ trả lãi 375\$ mỗi năm, và đến cuối năm thứ 5 sẽ trả tiền gốc. Hỏi người đó có nên góp vốn hay không? Vì sao?

**Câu 5 (2 điểm):** Cho hàm số hai biến

$$f(x, y) = 2x^2 + \frac{1}{3}y^3 - \frac{3}{2}y^2 + 2y + 1.$$

- a) Tìm các đạo hàm riêng cấp một và đạo hàm riêng cấp hai của hàm số.
- b) Tìm giá trị cực đại địa phương, cực tiểu địa phương và điểm yên ngựa (nếu có) của hàm số trên.

----- Hết -----

## ĐÁP ÁP VÀ THANG ĐIỂM

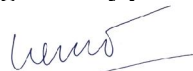
Phần câu hỏi	Nội dung đáp án	Thang điểm	Ghi chú
<b>Tự luận</b>			
<b>Câu 1</b>		<b>2.0</b>	
<p>Một công ty muốn thuê 25 xe khách để chở được tổng cộng 750 nhân viên đi du lịch. Biết rằng công ty đó muốn thuê 3 loại xe chuyên chở được lần lượt là 15, 30 và 45 nhân viên mỗi chiếc. Biết rằng công ty đó muốn thuê đủ 3 loại xe khách, mỗi xe khách đều chứa đầy nhân viên.</p> <p>a) Lập hệ phương trình mô tả tình huống trên.</p>	<p>Gọi <math>x, y, z &gt; 0</math> lần lượt là số lượng xe khách loại chuyên chở 15, 30 và 45 hành khách (<math>x, y, z</math> là các số nguyên dương).</p>	0.25	0.5
	<p>Dựa theo các dữ kiện ta có hệ phương trình</p> $\begin{cases} x + y + z = 25 \\ 15x + 30y + 45z = 750 \end{cases}$	0.25	
<p>b) Tìm tất cả các phương án để thuê xe thông qua việc giải hệ phương trình đã lập được ở câu a).</p>	<p>Ma trận hệ số mở rộng của hệ phương trình là</p> $\left[ \begin{array}{ccc c} 1 & 1 & 1 & 25 \\ 15 & 30 & 45 & 750 \end{array} \right]$	0.25	1.5
	$\xrightarrow{d_2 = d_2 - 15d_1} \left[ \begin{array}{ccc c} 1 & 1 & 1 & 25 \\ 0 & 15 & 30 & 375 \end{array} \right]$	0.25	
	$\xrightarrow{d_2 = \frac{1}{15}d_2} \left[ \begin{array}{ccc c} 1 & 1 & 1 & 25 \\ 0 & 1 & 2 & 25 \end{array} \right]$	0.25	
	<p>Hệ phương trình tương ứng</p> $\begin{cases} x + y + z = 25 \\ y + 2z = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = z \\ y = 25 - 2z \end{cases}$	0.25	
	<p>Kết hợp với điều kiện <math>x, y, z &gt; 0</math> ta suy ra</p> $0 < z < \frac{25}{2}.$	0.25	
	<p>Vậy hệ phương trình trên có 12 nghiệm tương ứng với 12 phương án thuê xe là:</p>	0.25	

	(1,23,1); (2,21,2); (3,19,3); (4,17,4); (5,15,5); (6,13,6); (7,11,7); (8,9,8); (9,7,9); (10,5,10); (11,3,11); (12,1,12).			
<b>Câu 2</b>		<b>2.0</b>		
a) Tìm $x, y$ sao cho $3\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ .	Biến đổi $3\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 3x - 2y \\ 3y - 2x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ . Suy ra $\begin{cases} 3x - 2y = -1 \\ -2x + 3y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ .	0.25 0.25	0.5	
b) Điểm Toán của hai bạn An và Bình bao gồm 4 cột điểm với trọng số như sau: điểm điểm danh (10%), điểm cá nhân (20%), điểm bài tập nhóm (20%) và điểm cuối kì (50%). Điểm của bạn An theo các cột lần lượt là 8, 7, 9, 6. Điểm của bạn Bình theo các cột lần lượt là 10, 8, 7, 9. Lập mô hình dựa trên phép nhân ma trận để tính điểm trung bình môn Toán cho hai bạn An và Bình.	Lập ma trận có dòng lần lượt là điểm số môn Toán của hai bạn An và Bình như sau	0.25	1.5	
	$D = \begin{bmatrix} 8 & 7 & 9 & 6 \\ 10 & 8 & 7 & 9 \end{bmatrix}$ .	0.25		
	Lập ma trận có cột thể hiện trọng số điểm các thành phần tương ứng	0.25		
	$L = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.5 \end{bmatrix}$	0.25		
	Tính điểm trung bình của hai bạn An và Bình thông qua phép nhân ma trận $D.L$	0.25		
$DL = \begin{bmatrix} 8 & 7 & 9 & 6 \\ 10 & 8 & 7 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 8.5 \end{bmatrix}$ .	0.25			
<b>Câu 3</b>		<b>2.0</b>		
Bảng sau mô tả 3 mức giá tiền điện sinh hoạt theo hộ gia đình trong một tháng a) Tìm công thức (ở dạng thu gọn) biểu diễn tổng số tiền điện phải trả như một hàm số $f$ theo mức sử dụng $x$ thuộc 3 mức sử dụng trên.	Theo bảng, ta sẽ lập hàm số $f$ biểu diễn tổng số tiền phải trả như sau: $f(x) = \begin{cases} 1750x, 0 \leq x \leq 50 \\ 1750 \times 50 + 1820(x - 50), 50 < x \leq 100 \\ 1750 \times 50 + 1820 \times 50 + 2150(x - 100), 100 < x \leq 200 \end{cases}$	0.25 x 3	1.5	
Hay thu gọn lại ta được $M(x) = \begin{cases} 1750x, 0 \leq x \leq 50 \\ 1820x - 3500, 50 < x \leq 100 \\ 2150x - 36500, 100 < x \leq 200 \end{cases}$ .	0.25 x3			

b) Nếu gia đình đó phải trả 372000 đồng tiền điện trong tháng thì mức sử dụng của hộ gia đình đó là bao nhiêu?	Ta ước lượng từ số tiền phải trả của hộ gia đình là mức sử dụng thuộc mức 3.	0.25	0.5	
	Từ đó giải phương trình $2150x - 36500 = 372000 \Leftrightarrow x = 190$ (kWh).	0.25		
<b>Câu 4</b>		<b>2.0</b>		
Một người gửi 5000\$ vào tài khoản ngân hàng hưởng lãi kép 7.2%/năm, kì hạn ghép lãi theo nửa năm.  a) Lập hàm số biểu diễn số tiền trong tài khoản của người đó sau $t$ năm.	Theo công thức lãi kép cho tiền gửi ngân hàng, ta có số tiền trong tài khoản $A$ sau $t$ năm là	0.25	0.5	
	$A(t) = 5000 \left( 1 + \frac{7.2\%}{2} \right)^{2t} = 5000(1.036)^{2t}$ .	0.25		
b) Sử dụng đạo hàm, ước lượng tốc độ gia tăng của tài khoản đó tại thời điểm năm thứ 10.	Đạo hàm của hàm số tiền gửi là	0.25	0.75	
	$A'(t) = 5000 \times 2 \times \ln(1.036) \times (1.036)^{2t}$ .			
	Hay $A'(t) = 10000 \times \ln(1.036) \times (1.036)^{2t}$ .	0.25		
	Tốc độ gia tăng của số dư tại thời điểm năm thứ 10 là $A'(10) = 10000 \times \ln(1.036) \times (1.036)^{2 \times 10} \approx 71$ (\$/năm).	0.25		
c) Nếu có một công ty gợi ý người đó góp vốn trong 5 năm, và công ty sẽ trả lãi 375\$ mỗi năm, và đến cuối năm thứ 5 sẽ trả tiền gốc. Hỏi người đó có nên góp vốn hay không? Vì sao?	Số tiền công ty trả sau 5 năm: $5000 + 375 \times 5 = 6875$ \$.	0.25	0.75	
	Số tiền trong tài khoản nếu gửi ngân hàng $A(5) = 5000(1.036)^{2 \times 5} = 7121.44$ \$.	0.25		
	Vậy không nên góp vốn với công ty.	0.25		
<b>Câu 5</b>		<b>2.0</b>		
Cho hàm số hai biến	Đạo hàm riêng cấp một của hàm số $f_x(x, y) = 4x$ $f_y(x, y) = y^2 - 3y + 2$	0.25	0.5	

$f(x, y) = 2x^2 + \frac{1}{3}y^3$ $-\frac{3}{2}y^2 + 2y + 1.$ <p>a) Tìm các đạo hàm riêng cấp một và đạo hàm riêng cấp hai của hàm số.</p>	<p>Đạo hàm riêng cấp hai của hàm số</p> $f_{xx}(x, y) = 4, f_{yy}(x, y) = 2y - 3.$ $f_{xy}(x, y) = f_{yx}(x, y) = 0.$	0.25		
<p>b) Tìm giá trị cực đại địa phương, cực tiểu địa phương và điểm yên ngựa (nếu có) của hàm số trên.</p>	<p>Giải hệ phương trình</p> $\begin{cases} f_x(x, y) = 0 \\ f_y(x, y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 0 \\ y^2 - 3y + 2 = 0 \end{cases}$	0.25		
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ <p>Điểm tới hạn là (0,1) và (0,2).</p>	0.25 x2		
	<p>Tính</p> $D(x, y) = f_{xx}(x, y) \cdot f_{yy}(x, y) - [f_{xy}(x, y)]^2$ $= 4(2y - 3)$	0.25	1.5	
	<p>Tính <math>D(0,1) = -4 &lt; 0</math> nên (0,1) là điểm yên ngựa của hàm số.</p>	0.25		
	<p>Tính <math>D(0,2) = 4 &gt; 0</math> và <math>f_{xx}(0,2) = 4 &gt; 0</math></p> <p>Nên <math>f(0,2) = \frac{5}{3}</math> là giá trị cực tiểu địa phương của hàm số.</p>	0.25		
	<b>Điểm tổng</b>	<b>10.0</b>		

Người duyệt đề



Đinh Tiến Liêm

TP. Hồ Chí Minh, ngày 02 tháng 05 năm 2024

Giảng viên ra đề



Trịnh Quốc Thành