

TRƯỜNG ĐẠI HỌC VĂN LANG
KHOA KHCB

ĐỀ THI, ĐÁP ÁN/RUBRIC VÀ THANG ĐIỂM
THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
Học kỳ 2, năm học 2023-2024

I. Thông tin chung

Tên học phần:	Giải tích 1		
Mã học phần:	71MATC10032	Số tín chỉ:	2
Mã nhóm lớp học phần:	232_71MATC10032_01, 232_71MATC10032_02		
Hình thức thi: Tự luận	Thời gian làm bài:	75	phút
<i>Thí sinh được tham khảo tài liệu:</i>	<input checked="" type="checkbox"/> Có	<input type="checkbox"/> Không	

Cách thức nộp bài: SV làm bài trên giấy

II. Các yêu cầu của đề thi nhằm đáp ứng CLO

Ký hiệu CLO	Nội dung CLO	Hình thức đánh giá	Trọng số CLO trong thành phần đánh giá (%)	Câu hỏi thi số	Điểm số tối đa	Lấy dữ liệu đo lường mức đạt PLO/PI
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
CLO 1	Áp dụng kiến thức về hàm số và đạo hàm để giải quyết một số bài toán thực tế và bài toán tối ưu.	Tự luận	40%		4	
CLO 2	Áp dụng kiến thức về tích phân để giải quyết một số bài toán ứng dụng	Tự luận	30%		3	
CLO 3	Xác định chuỗi hội tụ, phân kỳ	Tự luận	30%		3	

III. Nội dung câu hỏi thi

Câu hỏi 1: (4 điểm)

a) Dùng Quy tắc L'Hospital để tính giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 0^+} [x^{2024} \cdot \ln x]$

b) Một người nông dân muốn rào một miếng đất hình chữ nhật từ một hàng rào có chiều dài 400m để trồng trọt. Hỏi người nông dân nên rào thế nào để miếng đất có diện tích lớn nhất?

c) Dùng phương pháp Newton với xấp xỉ ban đầu x_1 đã cho để tìm xấp xỉ nghiệm thứ ba x_3 , của phương trình sau (kết quả làm tròn đến bốn chữ số thập phân).

$$x^3 + x - 2024 = 0, \quad x_1 = 12$$

Câu hỏi 2: (3 điểm)

a) Đường cong $y = \sqrt{16 - x^2}$, $-1 \leq x \leq 1$, là một cung của đường tròn $x^2 + y^2 = 16$. Tìm diện tích của mặt tròn xoay thu được bằng cách quay cung này quanh trục Ox.

b) Tìm độ dài cung $y = x^{\frac{3}{2}}$ giữa hai điểm (1;1) và (9;27)

Câu hỏi 3: (3 điểm)

a) Xét tính hội tụ của chuỗi số sau: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2023}}{n^{2025} + 2024}$

b) Tìm bán kính hội tụ và khoảng hội tụ của chuỗi lũy thừa sau: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{n^2}$

..... **hết**

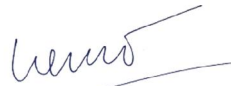
ĐÁP ÁP VÀ THANG ĐIỂM

Phần câu hỏi	Nội dung đáp án	Thang điểm	Ghi chú
I. Tự luận			
Câu 1		4.0	
a) Dùng Quy tắc L'Hospital để tính giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 0^+} [x^{2024} \cdot \ln x]$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} [x^{2024} \cdot \ln x] = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x^{-2024}}$	0.25	
	$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{-2024 \cdot x^{-2025}}$	0.25	
	$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^{2024}}{-2024}$	0.25	
	$= 0$	0.25	
b) Một người nông dân muốn rào một miếng đất hình chữ nhật từ một hàng rào có chiều dài 400m để trồng trọt. Hỏi người nông dân nên rào thế nào để miếng đất có diện tích lớn nhất?	Gọi hai cạnh của hình chữ nhật lần lượt là x và y . Từ giả thiết suy ra: $2(x + y) = 400 \Rightarrow x + y = 200 \Rightarrow y = 200 - x$	0.25	
	Diện tích của hình chữ nhật là: $A = x \cdot y \quad (x, y > 0)$	0.25	
	$= x(200 - x) = 200x - x^2$	0.25	
	$A'(x) = 200 - 2x; \quad A'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 100$	0.25	
	Lập bảng biến thiên, suy ra hàm số đạt giá trị lớn nhất khi $x = 100 \Rightarrow y = 100$	0.25	
	Vậy người nông dân nên rào thành hình vuông cạnh bằng 100m để miếng đất có diện tích lớn nhất	0.25	
c) Dùng phương pháp Newton với xấp xỉ ban đầu x_1 đã cho để tìm xấp xỉ nghiệm thứ ba x_3 , của phương trình sau (kết quả làm tròn đến bốn chữ số thập phân). $x^3 + x - 2024 = 0,$ $x_1 = 12$	Áp dụng phương pháp Newton với $f(x) = x^3 + x - 2024$	0.25	
	$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 1$	0.25	
	Ta có: $x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$	0.25	
	$= 12 - \frac{12^3 + 12 - 2024}{3(12)^2 + 1} = 12.6559$	0.25	
	$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)}$	0.25	
	$= 12.62314 \approx 12.6231$	0.25	
Câu 2		3.0	

a) Đường cong $y = \sqrt{16 - x^2}$, $-1 \leq x \leq 1$, là một cung của đường tròn $x^2 + y^2 = 16$. Tìm diện tích của mặt tròn xoay thu được bằng cách quay cung này quanh trục Ox.	$f(x) = \sqrt{16 - x^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{16 - x^2}}$	0.25	
	Diện tích của mặt tròn xoay: $S = \int_{-1}^1 2\pi f(x) \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$	0.25	
	$= \int_{-1}^1 2\pi \sqrt{16 - x^2} \sqrt{1 + \left(\frac{-x}{\sqrt{16 - x^2}}\right)^2} dx$	0.25	
	$= \int_{-1}^1 2\pi \sqrt{16 - x^2} \sqrt{\frac{16}{16 - x^2}} dx$	0.25	
	$= \int_{-1}^1 8\pi dx$	0.25	
	$= 16\pi$ (đvdt)	0.25	
b) Tìm độ dài cung $y = x^{\frac{3}{2}}$ giữa hai điểm (1;1) và (9;27)	$f(x) = x^{\frac{3}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x}$	0.25	
	Độ dài cung: $L = \int_1^9 \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$	0.25	
	$L = \int_1^9 \sqrt{1 + \frac{9}{4}x} dx$	0.25	
	$= \frac{1}{2} \int_1^9 \sqrt{9x + 4} dx$	0.25	
	$= \left[\frac{1}{27} (9x + 4) \sqrt{9x + 4} \right]_1^9$	0.25	
	$= \frac{85\sqrt{85} - 13\sqrt{13}}{27}$ (đvdd)	0.25	
Câu 3		3.0	
a) Xét tính hội tụ của chuỗi số sau: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2023}}{n^{2025} + 2024}$	Xét $a_n = \frac{n^{2023}}{n^{2025} + 2024}$; $b_n = \frac{n^{2023}}{n^{2025}} = \frac{1}{n^2}$	0.25	
	Ta thấy: $0 < a_n < b_n$; $\forall n \in \mathbb{Z}^+$	0.25	
	Hơn nữa, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ là p-chuỗi có $p > 1$ nên hội tụ.	0.25	
	Theo tiêu chuẩn so sánh thì chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2023}}{n^{2025} + 2024}$ cũng hội tụ.	0.25	
	Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \left \frac{a_{n+1}}{a_n} \right = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^2 x $	0.25	

b) Tìm bán kính hội tụ và khoảng hội tụ của chuỗi lũy thừa sau: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{n^2}$	$= x $	0.25
	Theo tiêu chuẩn tỷ số, chuỗi đã cho hội tụ khi $ x < 1$ và phân kì khi $ x > 1$	0.25
	\rightarrow bán kính hội tụ là $R = 1$.	0.25
	Vậy, chuỗi hội tụ trong khoảng $(-1; 1)$	0.25
	Ta sẽ kiểm tra sự hội tụ của chuỗi tại các biên của khoảng này. Khi $x = -1$, chuỗi đã cho trở thành: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ chuỗi hội tụ do đây là p-chuỗi với $p > 1$	0.25
	Khi $x = 1$, chuỗi đã cho trở thành: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$ chuỗi hội tụ do đây là chuỗi đan dấu thỏa các điều kiện hội tụ: $\begin{cases} b_{n+1} < b_n \\ \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0 \end{cases}$	0.25
Vậy khoảng hội tụ của chuỗi đã cho là $[-1; 1]$.	0.25	
Điểm tổng		10.0

Người duyệt đề



Đinh Tiến Liêm

TP. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 4 năm 2024

Giảng viên ra đề

Lê Văn Vĩnh