

TRƯỜNG ĐẠI HỌC VĂN LANG
KHOA KHCB

ĐỀ THI, ĐÁP ÁN/RUBRIC VÀ THANG ĐIỂM
THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
Học kỳ 1, năm học 2023-2024

I. Thông tin chung

Tên học phần:	Đại số tuyến tính và ứng dụng		
Mã học phần:	71MATL10053	Số tín chỉ:	3
Mã nhóm lớp học phần:			
Hình thức thi: Tự luận	Thời gian làm bài:	75	phút
<i>Thí sinh được tham khảo tài liệu:</i>	<input checked="" type="checkbox"/> Có	<input type="checkbox"/> Không	

Cách thức nộp bài: SV làm bài trên giấy

II. Các yêu cầu của đề thi nhằm đáp ứng CLO

Ký hiệu CLO	Nội dung CLO	Hình thức đánh giá	Trọng số CLO trong thành phần đánh giá (%)	Câu hỏi thi số	Điểm số tối đa	Lấy dữ liệu đo lường mức đạt PLO/PI
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
CLO 1	Hiểu được và nắm vững kiến thức các dạng ma trận đặc biệt, các phép toán trên ma trận, hạng của ma trận, ma trận nghịch đảo; định nghĩa định thức, tính chất của định thức, không gian vectơ	Tự luận	40%		4	PI 1.1
CLO 2	Nắm vững Kiến thức tính toán hệ phương trình tuyến tính và các cách giải hệ phương trình tuyến tính và ứng dụng	Tự luận	20%		2	PI 1.1
CLO 3	Áp dụng trị riêng và vectơ riêng, tính chất của trị riêng và vectơ riêng, điều kiện và thuật toán để chéo hóa ma	Tự luận	40%		4	PI 1.1

	trận. Đưa được dạng toàn phương về dạng chính tắc					
--	---	--	--	--	--	--

III. Nội dung câu hỏi thi

Câu hỏi 1: (4 điểm)

a) Cho các ma trận: $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 4 & m & 2 \end{bmatrix}$ và $C = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$.

Tìm ma trận: $(2A + C)B$.

b) Tìm m để hệ vector sau là một cơ sở của không gian vector \mathbb{R}^3 :

$$U = \{u_1 = (1, 2, -1); u_2 = (2, 3, 0); u_3 = (3, m, 1)\}$$

Câu hỏi 2: (2 điểm)

Cho hệ phương trình tuyến tính sau (m là tham số):

$$\begin{cases} m^3x + 4y + 4z = 1 \\ 4x + m^3y + 4z = 1 \\ 4x + 4y + m^3z = 1 \end{cases}$$

phương trình có nghiệm duy nhất.

Câu hỏi 3: (4 điểm)

a) Chéo hóa ma trận $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ -3 & -4 & -3 \\ 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$.

b) Đưa dạng toàn phương $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_3 - 8x_2x_3$ về dạng chính tắc.

..... **hết**

ĐÁP ÁP VÀ THANG ĐIỂM

Phần câu hỏi	Nội dung đáp án	Thang điểm	Ghi chú
I. Tự luận			
Câu 1		4.0	
a) Cho các ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$,	$2A = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$	0.25	
$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 4 & m & 2 \end{bmatrix}$ và $C = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$.	$2A + C = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$	0.25	
Hãy tìm ma trận $(2A + C)B$.	$(2A + C)B = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 4 & m & 2 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 24 & 5m & 6 \\ 6 & m & 0 \end{bmatrix}$ (Mỗi phần tử của ma trận $(2A + C)B$ đúng được 0.25đ)	0.25x 6	
b) Tìm m để hệ vector sau là một cơ sở của không gian vector \mathbb{R}^3 :	Lập ma trận A có các cột là các vector của hệ U : $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & m \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	0.25	
$U = \left\{ \begin{array}{l} u_1 = (1, 2, -1); \\ u_2 = (2, 3, 0); \\ u_3 = (3, m, 1) \end{array} \right\}$	Hệ vector đã cho là cơ sở của \mathbb{R}^3 khi và chỉ khi $\det(A) \neq 0$	0.5	
	$\det(A) = 1.3.1 + 2.m.(-1) + 2.0.(3)$ $- 3.3(-1) - 0.m.1 - 2.2.1$ $= -2m + 8$	0.5x2	
	Hệ vector đã cho là cơ sở của \mathbb{R}^3 khi và chỉ khi $m \neq 4$ (Nếu sinh viên dùng cách giải khác đầy đủ và chính xác thì vẫn cho điểm tối đa)	0.25	
Câu 2		2.0	
	Hệ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $\det A = \begin{vmatrix} m^3 & 4 & 4 \\ 4 & m^3 & 4 \\ 4 & 4 & m^3 \end{vmatrix} \neq 0$	0.5	

<p>Cho hệ phương trình sau (m là tham số):</p> $\begin{cases} m^3x + 4y + 4z = 1 \\ 4x + m^3y + 4z = 1 \\ 4x + 4y + m^3z = 1 \end{cases}$ <p>Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất.</p>	$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} m^3+8 & m^3+8 & m^3+8 \\ 4 & m^3 & 4 \\ 4 & 4 & m^3 \end{vmatrix} \neq 0$ $\Leftrightarrow (m^3+8) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & m^3 & 4 \\ 4 & 4 & m^3 \end{vmatrix} \neq 0$ $\Leftrightarrow (m^3+8) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & m^3-4 & 0 \\ 0 & 0 & m^3-4 \end{vmatrix} \neq 0$	<p>0.25 x3</p>	
	$\Leftrightarrow (m^3+8)(m^3-4)^2 \neq 0$	0.25	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m \neq \sqrt[3]{4} \end{cases}$	0.5	
Câu 3		4.0	
<p>a) Chéo hóa ma trận</p> $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ -3 & -4 & -3 \\ 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	<p>Đa thức đặc trưng:</p> $P_A(\lambda) = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 3 & 3 \\ -3 & -4-\lambda & -3 \\ 3 & 3 & 2-\lambda \end{vmatrix}$ $= (2-\lambda)(\lambda+1)^2$	<p>0.25</p>	
	$P_A(\lambda) = 0$	0.25	
	$\Leftrightarrow \lambda = 2 \vee \lambda = -1$	0.25	
	<p>+ Khi $\lambda = 2$, ta có hệ:</p> $\begin{cases} 3x_2 + 3x_3 = 0 \\ -3x_1 - 6x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 = 0 \end{cases}$ <p>có không gian nghiệm con:</p> $E(2) = \langle u_1 = (1, -1, 1) \rangle$	<p>0.25 x2</p>	
	<p>+ Khi $\lambda = -1$, ta có hệ:</p> $\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 0 \\ -3x_1 - 3x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$ <p>có không gian nghiệm con:</p> $E(-1) = \langle u_2 = (-1, 1, 0); u_3 = (-1, 0, 1) \rangle$	<p>0.25 x2</p>	
	<p>Ma trận làm chéo hóa A là:</p> $P = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ <p>và ma trận</p>	0.25	

	đường chéo là $P^{-1}AP = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$		
b) Đưa về dạng chính tắc dạng toàn phương: $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_3 - 8x_2x_3$	$f(x_1, x_2, x_3) = 2(x_1^2 - 2x_1x_3 + x_3^2) - 2x_3^2 + x_2^2 - 8x_2x_3$	0.5	
	$f(x_1, x_2, x_3) = 2(x_1^2 - 2x_1x_3 + x_3^2) + (x_2^2 - 8x_2x_3 + 16x_3^2) - 18x_3^2$	0.5	
	$= 2(x_1 - x_3)^2 + (x_2 - 4x_3)^2 - 18x_3^2$	0.25 x2	
	Đặt $\begin{cases} y_1 = x_1 - x_3 \\ y_2 = x_2 - 4x_3 \\ y_3 = x_3 \end{cases}$ suy ra dạng chính tắc là: $2y_1^2 + y_2^2 - 18y_3^2$	0.5	
	Điểm tổng	10.0	

Người duyệt đề



Đinh Tiến Liêm

TP. Hồ Chí Minh, ngày 08 tháng 06 năm 2024

Giảng viên ra đề

Lê Văn Vĩnh và Trần Thị Năng