

I. Thông tin chung

Học phần: Đại số tuyến tính và ứng dụng. Số tín chỉ: 3

Mã học phần: 71MATL10053 Mã nhóm lớp học phần
231_71MATL10053_01,2,3,7,8

Thời gian làm bài: 75 phút Hình thức thi: Tự luận

SV được tham khảo tài liệu: Có Không

Giảng viên nộp đề thi, đáp án Lần 1 Lần 2

II. Các yêu cầu của đề thi nhằm đáp ứng CLO

(phần này phải phối hợp với thông tin từ đề cương chi tiết của học phần)

Ký hiệu CLO	Nội dung CLO	Hình thức đánh giá	Trọng số CLO trong thành phần đánh giá (%)	Câu hỏi thi số	Điểm số tối đa	Lấy dữ liệu đo lường mức đạt PLO/PI
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
CLO 1	Tìm ma trận	cho điểm	20%	1	2,0	20%
CLO 2	Tọa độ ma trận chuyển cơ sở	Cho điểm	20%	2	2,0	20%
CLO 3	Giải hệ phương trình tuyến tính	Cho điểm	20%	3	2,0	20%
CLO4	Chéo hóa ma trận	Cho điểm	20%	4	2,0	20%
CLO 5	Đưa dạng toàn phương về dạng chính tắc	Cho điểm	20%	5	2,0	20%

III. Đề thi và đáp án.

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho ma trận : $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$. Tìm ma trận B sao cho : $AB = BA$

Đáp án và thang điểm

Stt	Nội dung	Thang điểm
1	$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} a & b \\ x & y \end{bmatrix};$ $AB = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+x & b+y \\ -x & -y \end{bmatrix}; BA = \begin{bmatrix} a & b \\ x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & a-b \\ x & x-y \end{bmatrix}$	1,0
2	$AB = BA \Leftrightarrow \begin{bmatrix} a+x & b+y \\ -x & -y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & a-b \\ x & x-y \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} a+x = a \\ b+y = a-b \\ -x = x \\ -y = x-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = a-2b \end{cases}$	0,5
3	$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & a-2b \end{bmatrix}; a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}, \forall i..du : B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$	0,5

Câu 2. (2, 0 điểm) . Trong \mathbb{R}^2 , xét hai cơ sở:

$$B_1 = \{u_1 = (-1, 0); u_2 = (0, 1)\}$$

$$B_2 = \{v_1 = (-2, 1); v_2 = (1, -1)\}$$

Cho biết: $[x]_{B_2} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ Tìm $[x]_{B_1}$

Đáp án và thang điểm

Stt	Nội dung	Thang điểm
1	$P = (B_1 \rightarrow B_2) = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$	0,5

2	<p><i>Cach..1.</i></p> $P^{-1} = \frac{1}{\det P} \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ <p><i>Cach..2.</i></p> $[P I_2] = \left[\begin{array}{cc cc} -2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{d_2 \leftrightarrow d_1} \left[\begin{array}{cc cc} 1 & -1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right]$ $\xrightarrow{d_2 := (2)d_1 + d_2} \left[\begin{array}{cc cc} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \end{array} \right] \xrightarrow{d_2 := (-1)d_2}$ $\xrightarrow{d_2 := (-1)d_2} \left[\begin{array}{cc cc} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \end{array} \right] \xrightarrow{d_1 := d_2 + d_1} \left[\begin{array}{cc cc} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \end{array} \right]$ $\Rightarrow P^{-1}(B_2 \rightarrow B_1) = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$	1,0
3	<p><i>Ta..co</i>: $[x]_{B_2} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$. <i>Tim</i>: $[x]_{B_1} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x \end{bmatrix}$.</p> $[x]_{B_1} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x \end{bmatrix} = P^{-1} \cdot [x]_{B_2} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \end{bmatrix} \Rightarrow [x]_{B_1} = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \end{bmatrix}$	0,5

Câu 3.(2,0 điểm). Giải hệ phương trình tuyến tính

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 8x_4 = -2 \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 17x_4 = -1 \end{cases}$$

Đáp án và thang điểm

Stt	Nội dung	Thang điểm
-----	----------	------------

1	$\bar{A} = \left[\begin{array}{cccc c} 1 & 2 & -3 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & -1 & 8 & -2 \\ 3 & 5 & 4 & 17 & -1 \end{array} \right] \begin{array}{l} d_2 := (-2)d_1 + d_2 \\ d_3 := (-3)d_1 + d_3 \end{array} \left[\begin{array}{cccc c} 1 & 2 & -3 & 5 & 1 \\ 0 & -1 & 5 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & 5 & 2 & -4 \end{array} \right]$ $\underline{d_3 := (-1)d_2 + d_3} \left[\begin{array}{cccc c} 1 & 2 & -3 & 5 & 1 \\ 0 & -1 & 5 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \underline{d_1 := (2)d_2 + d_1} \left[\begin{array}{cccc c} 1 & 0 & 7 & 9 & -7 \\ 0 & -1 & 5 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$	1,0
2	$\Rightarrow \begin{cases} x_1 + 7x_3 + 9x_4 = -7 \\ -x_2 + 5x_3 + 2x_4 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -7x_3 + 9x_4 + 7 \\ x_2 = 5x_3 + 2x_4 + 4 \end{cases}$	0,5
3	$\Leftrightarrow (x_1 = -7x_3 + 9x_4 + 7; x_2 = 5x_3 + 2x_4 + 4; x_3; x_4)$	0,5

Câu 4.(2,0 điểm)

Chéo hóa ma trận $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ -6 & -4 & 3 \\ -6 & -6 & 5 \end{bmatrix}$

Đáp án và thang điểm

Stt	Nội dung	Thang điểm
	$\det \begin{bmatrix} 4-\lambda & 2 & -1 \\ -6 & -4-\lambda & 3 \\ -6 & -6 & 5-\lambda \end{bmatrix} = 0 \Leftrightarrow \det \begin{bmatrix} 4-\lambda & 2 & -1 \\ 6 & 4+\lambda & -3 \\ 0 & \lambda-2 & 2-\lambda \end{bmatrix} = 0 \Leftrightarrow$ $\det \begin{bmatrix} 4-\lambda & 1 & -1 \\ 6 & 1+\lambda & -3 \\ 0 & 0 & 2-\lambda \end{bmatrix} = 0 \Leftrightarrow (\lambda-1)(\lambda-2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = 1 \\ \lambda = 2 \end{cases}$	1,0
	<p>*$\lambda = 1..(nghiem..don)$</p> $(A - 1.I_3) \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -6 & -5 & 3 \\ -6 & -6 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_1 + x_3 = 0 \\ x_2 - x_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow u_1 = (1, -3, -3) \Rightarrow \dim E(1) = 1$	0,25

	<p>$*\lambda = 2..(\text{ngheem.kep})$</p> $(A - 2I_3) \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -6 & -6 & 3 \\ -6 & -6 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \Leftrightarrow u_2 = (0; 1; 2) \& u_2 = (1; 0; 2)$	0,25
	<p>Do $\dim E(1) + \dim E(2) = 3$, nên A chéo hóa được. Ma trận C làm chéo hóa ma trận A là:</p> $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \\ -3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ <p>Dạng chéo hóa của ma trận A là:</p> $C^{-1}AC = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$	0,5

Câu 5. (2 điểm). Đưa dạng toàn phương sau về dạng chính tắc

$$\varphi(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + 9x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 4x_2x_3$$

Đáp án và thang điểm.

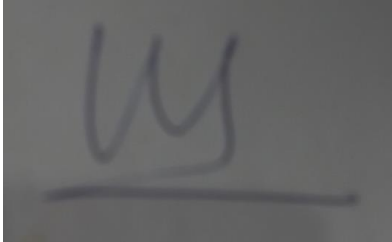
Stt	Nội dung	Thang điểm
1	$\varphi(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + 9x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 4x_2x_3$ $\varphi(x_1, x_2, x_3) = (x_1)^2 - 4x_1x_2 + 4x_2^2 + 4x_1^2 + 4x_1x_3 + x_3^2 + 4x_2^2 - 4x_2x_3 + x_3^2 + x_2^2 + x_3^2$	0.75

2	$\varphi(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - 2x_2)^2 + (2x_1 + x_3)^2 + (2x_2 - x_3)^2 + x_2^2 + x_3^2$ <p><i>Dat :</i></p> $y_1 = x_1 - 2x_2;$ $y_2 = 2x_1 + x_3;$ $y_3 = 2x_2 - x_3;$ $y_4 = x_2;$ $y_5 = x_3$	0.75
3	$\Rightarrow \text{Dang..chinh..tac :}$ $\varphi(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5) = y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + y_4^2 + y_5^2$	0.5

Hết

TP. Hồ Chí Minh, ngày 12. tháng 11. năm 2023.

GIẢNG VIÊN RA ĐỀ



PGS.TS. Nguyễn Văn Lộc.