

TRƯỜNG ĐẠI HỌC VĂN LANG

KHOA KHOA HỌC CƠ BẢN**ĐÁP ÁN KẾT THÚC HỌC PHẦN**Học kỳ: **3** Năm học: **2020 - 2021**

Mã học phần: 71MATA10022 Tên học phần: Toán cao cấp (DL) Tín chỉ: 03. Khóa: 27

Mã nhóm lớp HP: 211_71MATA10022 - Đề thi số: **02** - Mã đề thi:

Thời gian làm bài: 75 (phút)

Hình thức thi: **Tự luận**

Lưu ý: Trong đề thi này số a là chữ số cuối cùng của mã số sinh viên để làm bài (Ví dụ: nếu sinh viên có mã số sinh viên là 2178101031083 thì $a = 3$).

Câu 1 (2.0 điểm).

1) Tìm $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} a \left(x - \frac{\pi}{2} \right) \tan x$?

2) Tính $I = \int_1^{a+2} \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$.

	Đáp án	Điểm
a)	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} a \left(x - \frac{\pi}{2} \right) \tan x = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{a \left(x - \frac{\pi}{2} \right)}{\tan x}$	(0.25đ)
	$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{a}{\frac{1}{\sin^2 x}}$	(0.25đ)
	$= -a \text{ và thay giá trị } a \text{ để có kết quả đúng.}$	(0.25đ)
b)	Đặt	
	$t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$;	(0.25đ)
	$\begin{cases} x = 1 \\ x = a + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \ln(a + 2) \end{cases}$	(0.25đ)
	$I = \int_1^{a+2} \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx = \int_0^{\ln(a+2)} t^{\frac{1}{2}} dt$	(0.25đ)
	$= \frac{2t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \Big _0^{\ln(a+2)} = \frac{2\sqrt{t^3}}{3} \Big _0^{\ln(a+2)}$	(0.25đ)

	$= \frac{2\sqrt{\ln^3(a+2)}}{3}$ và thay giá trị a để có kết quả đúng.	(0.25đ)
--	--	---------

Câu 2(2.0 điểm). Tìm cực trị địa phương của hàm số $f(x, y) = x^2 - y^3 - 4x + 3y + a$?

	Đáp án	Điểm
	Ta có $f'_x(x, y) = 2x - 4 = 2(x - 2)$; $f'_y(x, y) = -3y^2 + 3 = -3(y^2 - 1)$ (Nếu chỉ tính đúng một trong 2 đạo hàm riêng vẫn cho 0.25đ)	(0.25đ)
	Điểm dừng của hàm $f(x, y)$ được xác định từ hệ phương trình $\begin{cases} f'_x = 0 \\ f'_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \\ y^2 - 1 = 0 \end{cases}$	(0.25đ)
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = \pm 1 \end{cases}$	(0.25đ)
	Do đó hàm số có hai điểm dừng là $(2; 1)$, $(2; -1)$.	(0.25đ)
	Ta có $f''_{xx}(x, y) = 2$; $f''_{xy}(x, y) = 0$; $f''_{yy}(x, y) = -6y$.	(0.25đ)
	Nên $\Delta(x, y) = f''_{xx}(x, y) \cdot f''_{yy}(x, y) - [f''_{xy}(x, y)]^2 = -12y$.	(0.25đ)
	Tính $\Delta(2, 1) = -12 < 0$ điểm $(2; 1)$ không phải là cực trị địa phương của hàm số.	(0.25đ)
	Tính $\Delta(2, -1) = 12 > 0$, $f''_{xx}(2; -1) = 2 > 0$ nên hàm số đạt cực tiểu địa phương tại $(2; -1)$. Giá trị cực tiểu $f_{\min}(2; -1) = a - 6$, thay giá trị a để có kết quả đúng.	(0.25đ)

Câu 3 (1.5 điểm). Giải hệ phương trình tuyến tính sau:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 6x_3 = a \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases}$$

	Đáp án	Điểm
	<p>Ta có $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 6 \\ 3 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$</p> $\Rightarrow \det A = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 6 \\ 3 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -3 \end{vmatrix} = -1 \neq 0$ <p>Do đó, hệ phương trình có nghiệm duy nhất.</p>	(0.25đ) (0.25đ)
	$A_1 = \begin{pmatrix} a & -2 & 6 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow \det A_1 = \begin{vmatrix} a & -2 & 6 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \end{vmatrix} = a + 2$	(0.25đ)
	$A_2 = \begin{pmatrix} 1 & a & 6 \\ 3 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow \det A_2 = \begin{vmatrix} 1 & a & 6 \\ 3 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & -3 \end{vmatrix} = 7a + 25$	(0.25đ)
	$A_3 = \begin{pmatrix} 1 & -2 & a \\ 3 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det A_3 = \begin{vmatrix} 1 & -2 & a \\ 3 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2a + 8$	(0.25đ)
	<p>Kết luận nghiệm của hệ phương trình là $(-a - 2, -7a - 25, -2a - 8)$ và thay giá trị a để có kết quả đúng.</p>	(0.25đ)

Câu 4 (2.0 điểm).

Công ty lữ hành T tổ chức tour du lịch, biểu giá tính như sau:

TT	Đối tượng khách đi du lịch	Giá tính (triệu VNĐ)/hành khách
1	Từ 2 tuổi đến dưới 5 tuổi	0,5
2	Từ 5 tuổi đến dưới 10 tuổi	0,8
3	Từ 10 tuổi đến dưới 15 tuổi	1,1
4	Từ 15 tuổi trở lên	1,4

a. Tìm công thức biểu diễn tổng số tiền phải trả của một đoàn du lịch như một hàm theo số lượng người tham gia và phác họa đồ thị biểu diễn của hàm số đó?

b. Tăng giá 30% mỗi khách du lịch so với trước. Hãy thực hiện theo yêu cầu tương tự câu

a) cho trường hợp này?

	Đáp án	Điểm
a)	<p>Gọi x là số lượng khách du lịch theo loại đối tượng và f là hàm của x.</p> <p>Ta có</p> $f(x) = \begin{cases} 0,5x & \text{khi } 2 \leq x < 5 \\ 0,8x & \text{khi } 5 \leq x < 10 \\ 1,1x & \text{khi } 10 \leq x < 15 \\ 1,4x & \text{khi } x \geq 15 \end{cases}$ <p>Biểu thức hàm đúng cho hai loại đối tượng khách du lịch cho (0.25đ), nếu đúng cho 3 loại đối tượng vẫn cho (0.5đ)</p>	(0.25đ)x2
	Phác họa đồ thị biểu diễn đúng 2 biểu thức hàm cho (0.5đ), nếu đúng cho 3 biểu thức hàm vẫn cho (0.5đ)	(0.25đ)x2
b)	Tương tự câu a)	(0.25đ)x4

Câu 5 (2.5 điểm). Một công ty sản xuất hai loại hàng với số lượng lần lượt là x và y với tổng chi phí là $C(x, y) = x^2 + xy + 2y^2 + 100a$. Tìm số lượng sản phẩm x, y để chi phí tối thiểu với điều kiện $x + y = 200$.

	Đáp án	Điểm
	<p>Ta có $C(x, y) = x^2 + xy + 2y^2 + 100a$ và $\varphi(x, y) = x + y - 200 = 0$ (*)</p> <p>Đặt $L(x, y, \lambda) = x^2 + xy + 2y^2 + 100a + \lambda(x + y - 200)$</p>	(0.25đ)
	$L'_x = 2x + y + \lambda; \quad L'_y = x + 4y + \lambda;$	0.25đ

Hệ phương trình:	
$\begin{cases} 2x + y + \lambda = 0 \\ x + 4y + \lambda = 0 \\ x + y - 200 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 150 \\ y = 50 \\ \lambda = -350 \end{cases}$	(0.25đ)
Điểm dừng (150; 50) và $\lambda = -350$.	(0.25đ)
$L''_{x^2} = 2; L''_{xy} = 1; L''_{y^2} = 4$.	(0.25đ)
$d^2L = 2dx^2 + 2dxdy + 4dy^2$; Từ (*) suy ra $d\varphi = dx + dy$ (**)	(0.25đ) (0.25đ)
Với $x = 150; y = 50$ và $\lambda = -350$, ta có $d^2L = 2dx^2 + 2dxdy + 4dy^2 > 0$ thỏa mãn (**), $dx^2 + dy^2 \neq 0$	(0.25đ)
Suy ra (150; 50) là điểm cực tiểu.	(0.25đ)
Vậy số lượng sản phẩm $x = 150$ và $y = 50$ thỏa điều kiện đặt ra thì chi phí là tối thiểu và chi phí tối thiểu là $C = 35000 + 100a$.	(0.25đ)

----- Hết -----

Ngày biên soạn: 24/10/2021

Giảng viên biên soạn đề thi: Phan Anh Tài

Ngày kiểm duyệt: 30/10/2021

Trưởng (Phó) Khoa/Bộ môn kiểm duyệt đề thi: Đinh Tiến Liêm